escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

APELLIDOS

NOMBRE Nº Mat.

Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO Enero 2018

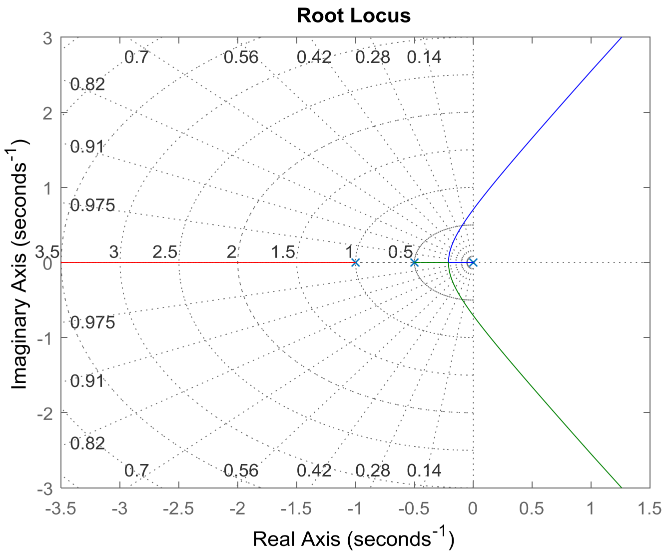
1. Problema (5 puntos ev. continua, 3 puntos ev. final -60 minutos)

La función de transferencia de un proceso a controlar es: $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(2s+1)}$. Se desea que la señal de salida siga a la de referencia, para lo cual se propone una arquitectura de control en cadena cerrada, con un sensor de función de transferencia unitaria. Se pide:

1. Trazado directo del lugar de las raíces.
2. Utilizando un regulador P tal que la ganancia del compensador sea la mitad de la ganancia crítica, calcular el margen de fase y de ganancia sabiendo que a esta ganancia la frecuencia de cruce de ganancia es 0.485 [rad/s] y la frecuencia de cruce de fase es de 0.7 [rad/s].
3. Dibujar el diagrama de Bode y la curva polar de la cadena abierta con el regulador del apartado anterior. Indicar los valores más significativos.
4. Respuesta aproximada al escalón unitario del conjunto realimentado. Justifique las simplificaciones realizadas.
5. El regulador P es sustituido por una red de adelanto de fase $G_C(s) = 0.4\frac{3s+1}{s+1}$. Con este nuevo regulador la frecuencia de cruce de ganancia es 0.42 [rad/s] y la frecuencia de cruce de fase es de 1.1 [rad/s], estimar la respuesta al escalón unitario de la cadena cerrada y el diagrama de Bode de la cadena cerrada. Justifique las simplificaciones realizadas.

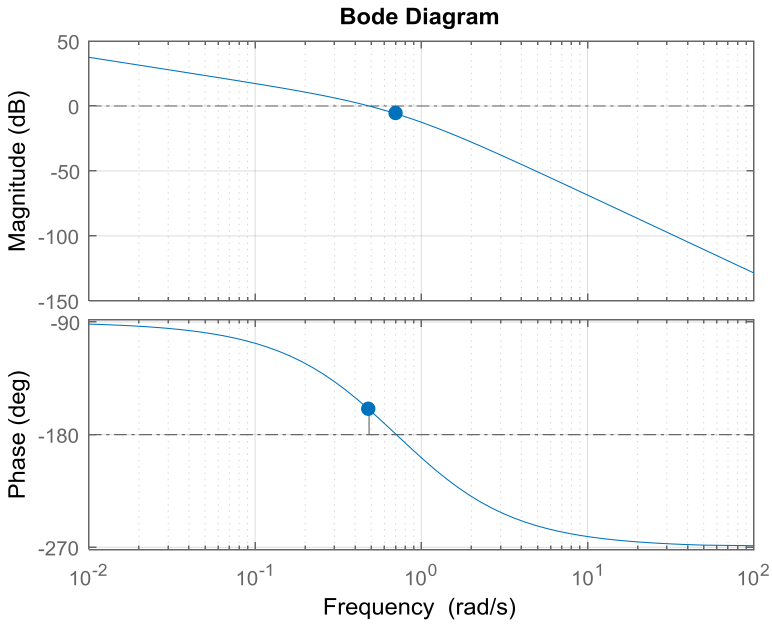
Resolución

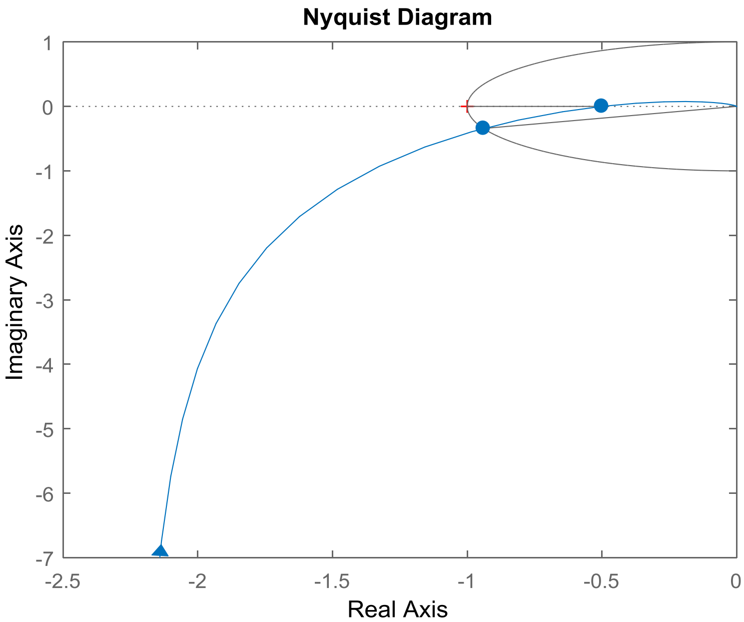
1. Punto de dispersión de las ramas -0.21 y kcr=1.5



2. $\gamma = 20º, k_g = 1.96 = 5.84dB$

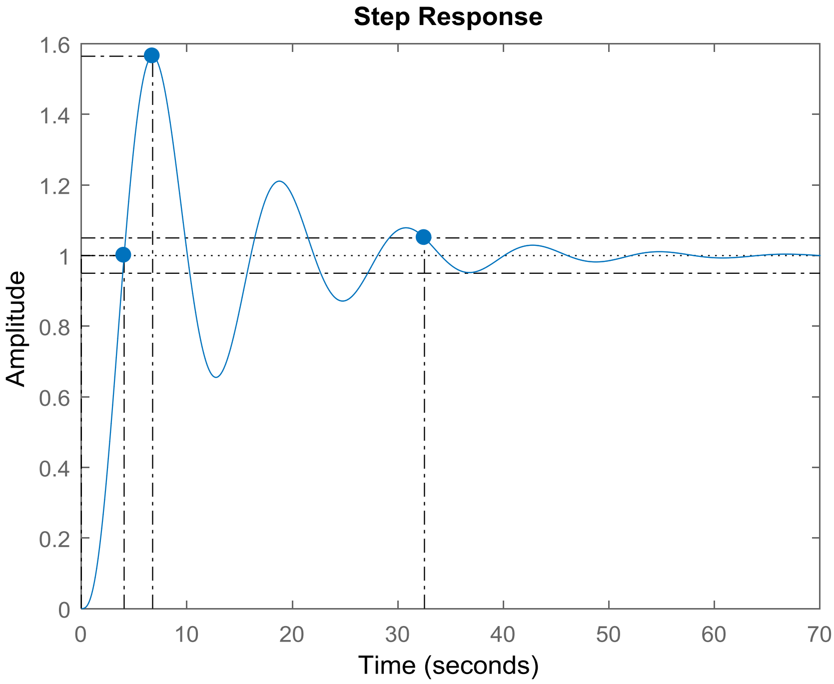
3.





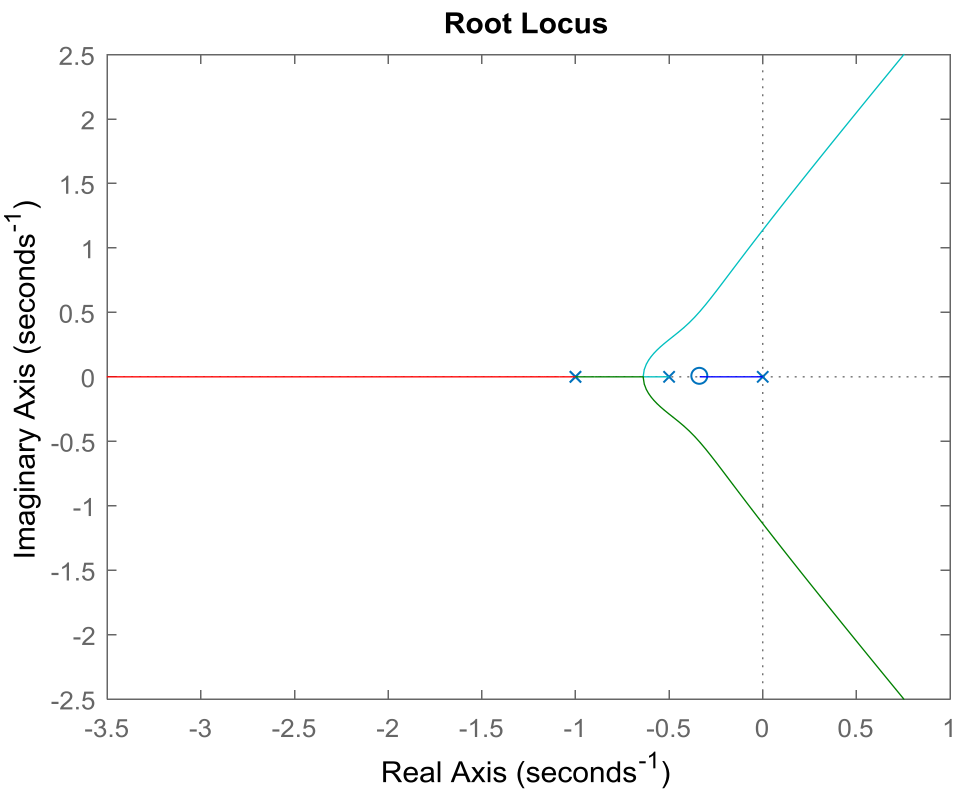
4. El sistema es de tipo I, luego el error al escalón es cero. Visto que en el LDR, los polos dominantes son complejos y conjugados y dado que el margen de fase es de 20º, se puede considerar que ξcc=0.2. De otro lado, $\omega_{n,cc}$ está comprendida entre 0.485 [rad/s] y 0.7 [rad/s]. Se puede considerar que $\omega_{n,cc}$ está alrededor de 0.6 [rad/s]. Por tanto, la respuesta al escalón se puede aproximar con $\omega_{n,cc} \approx 0.6\frac{rad}{s}, \xi_{cc} \approx 0.2$, luego $\sigma_{cc} = 0.12, \theta_{cc} = 78.5°$. Con las siguientes estimaciones de la respuesta al escalón unitario: $t_s = 26.2\ s, t_p = 5.32s, t_r = 3s, M_p = 52.76\%, e_P = 0\%$. Resolviendo el polinomio del denominador, el polo dominante es -0.08±j0.52 y con la estimación sale -0.12±j0.59.

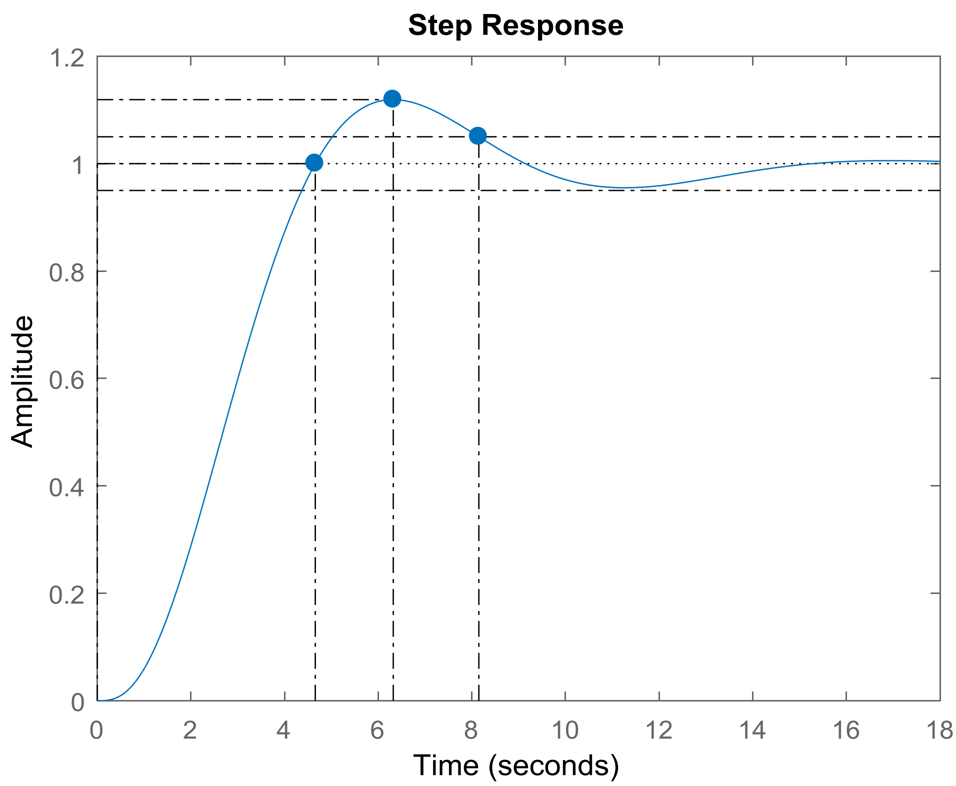
escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial	APELLIDOS NOMBRE Nº Mat. ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA CURSO 3º GRUPO Enero 2018	Calificación



5.

Al realizar el LDR se observa que uno de los polos de la cadena cerrada se cancela con el cero, alrededor de -0.33. Al calcular el margen de fase se obtiene 56º. Por tanto, es esperable que la respuesta al escalón sea mucho mejor con este regulador que con el anterior de tipo P. El sistema sigue siendo de tipo I, luego el error al escalón es cero. De otro lado, $\omega_{n,cc}$ está comprendida entre 0.42 [rad/s] y 1.1 [rad/s]. Se puede considerar que $\omega_{n,cc}$ está alrededor de 0.75 [rad/s]. Por tanto, la respuesta al escalón se puede aproximar con $\omega_{n,cc} \approx 0.7\frac{rad}{s}, \xi_{cc} \approx 0.56$, luego $\sigma_{cc} = 0.56, \theta_{cc} = 56°$. Con las siguientes estimaciones de la respuesta al escalón unitario: $t_s = 7.5\ s, t_p = 5s, t_r = 3.5s, M_p = 12\%, e_P = 0\%$. Resolviendo el polinomio del denominador, el polo dominante es -0.28±j0.59 y con la estimación sale -0.42±j0.62.


Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1

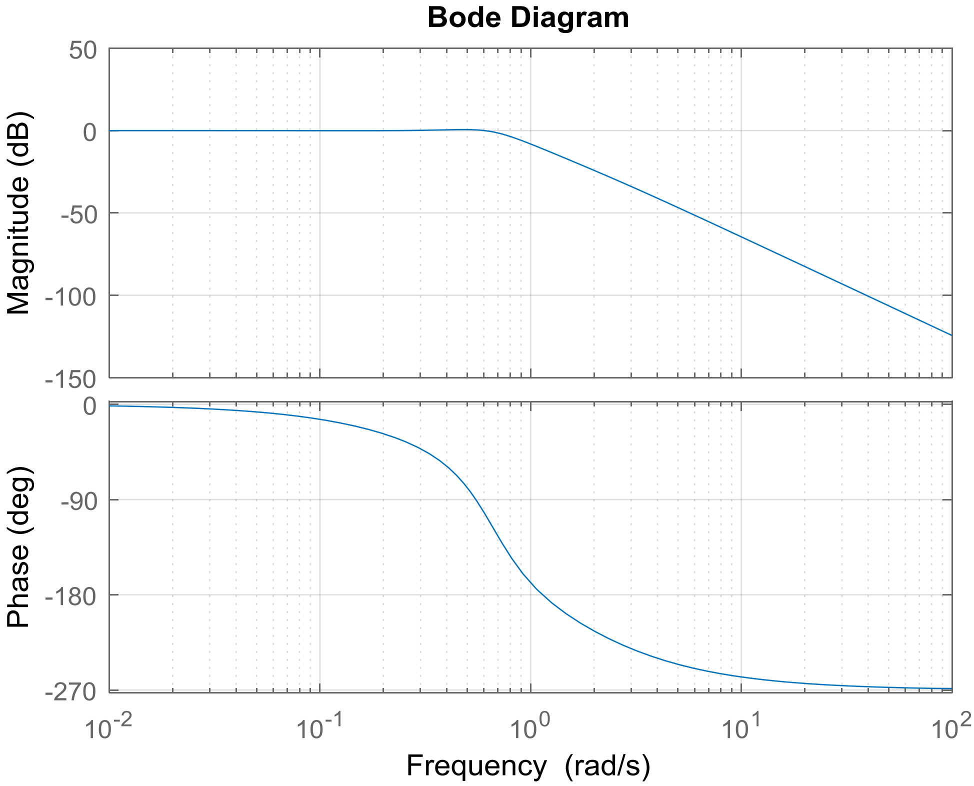

Step Response
Amplitude
Time (seconds)
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18

escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

APELLIDOS			
NOMBRE		Nº Mat.	
			Calificación
ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA			
CURSO 3º	**GRUPO**	**Enero 2018**	



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

APELLIDOS

NOMBRE

Nº Mat.

Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO Enero 2018

2. Problema (5 puntos ev. continua, 3 puntos ev. final -60 minutos)

La función de transferencia de un proceso a controlar es: $(s) = (s-1)/((s+5)(s+1))$. Para ello se dispone el sistema en un control por compensación del error con realimentación unitaria y una acción proporcional Kp. **Se pide:**

1.- Estudiar la estabilidad del conjunto en función de los valores de Kp. (1 punto)
Aplicamos Routh al polinomio característico:

$$P(s) = 1 + K_p \frac{s-1}{(s+5)(s+1)} = 0 \quad \rightarrow \quad P(s) = s^2 + (6+K_p)s + (5-K_p) = 0$$

Al ser de segundo grado, Routh se simplifica a Cardanno Vietta, por lo que el sistema es estable si:
$6 + K_p > 0$ y $5 - K_p > 0$ por lo que $-6 < K_p < 5$ es el rango de estabilidad.

2.- Considerando el sistema estable ¿Cuál es el error máximo que se puede dar? ¿Y el mínimo? (1 punto)
Obtenemos la expresión general del error. Al ser un sistema de tipo cero con realimentación unitaria, tendrá error de posición, mientras que el de velocidad y aceleración será infinito.

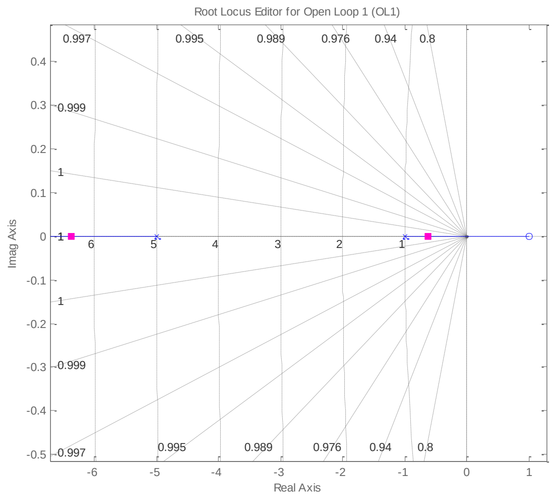
$$e_p = \frac{1}{1 + K_{perr}} \qquad K_{perr} = \lim_{s\to 0} K_p \frac{s-1}{(s+5)(s+1)} = \frac{-K_p}{5}$$

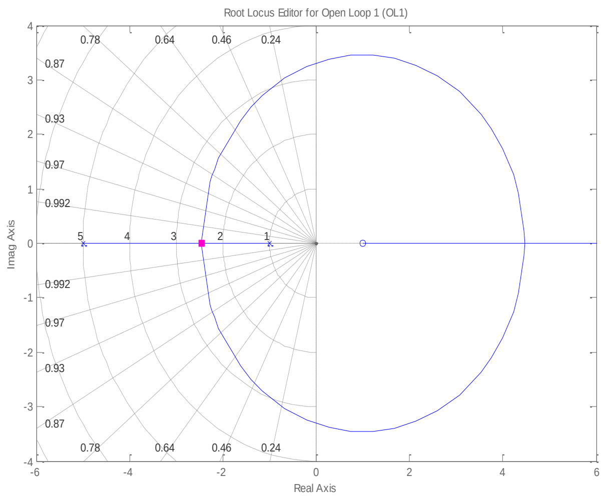
Se observa entonces que el rango de estabilidad, el error tiende a un mínimo con $K_p = -6$ y a un máximo (infinito) con $K_p = 5$

$$e_p(K_p = -6) = \frac{1}{1 + \frac{6}{5}} = 0{,}45 \quad (45\%)$$

$$e_p(K_p = 5) = \frac{1}{1 - \frac{5}{5}} = \infty$$

3.- Inicialmente se estudia la posibilidad de ajustar el valor de la ganancia de forma que el tiempo de establecimiento sea lo más pequeño posible. Obténgase el valor de Kp correspondiente y explique el razonamiento seguido. (2 puntos)
Para poder analizar correctamente el sistema es necesario hacerse una idea de como evaluciona en función de Kp. Por tanto trazamos el LDR. Como se intuía, el sistema conviene que tenga una ganancia negativa, dado que si no la ganancia estática global es negativa. Por ello dibujamos el LDR inverso también:
LDR directo (izq) y el inverso (dcha):





Los polos dominantes tendrán un factor de amortiguamiento mayor en la medida en que se situen más a la izquierda en el plano complejo. El punto más alejado es el de dispersión negativo, en el LDR inverso, por tanto, obteniendo este punto, podemos calcular el valor de la ganancia que situa al sistema ahí mediante la aplicación del criterio del módulo.

Calculamos los puntos de dispersión/confluencia (s_d):

$$P(s) = 0 \quad \Longrightarrow \quad K_p = -\frac{(s+5)(s+1)}{(s-1)}$$

$$\frac{dK_p}{ds} = 0 \quad \Rightarrow s^2 - 2s - 11 = 0 \quad \Rightarrow s_{d1} = 4.46 \;\; y \; s_{d2} = -2.46$$

Por aplicación del criterio del módulo, y teniendo en cuenta que el valor absoluto de la ganancia del LDR coincide con el de K_p, entonces:

$$|K_p| = \frac{\prod dp_i}{\prod dz_i} = \frac{(5-2.46)(2.46-1)}{(2.46+1)} = 1.07$$

$$K_p = -1.07$$

4.- ¿Para qué valor de K_p el sistema realiza oscilaciones mantenidas?¿Con que frecuencia se producirán estas oscilaciones? (2 puntos)

Del dibujo del LDR inverso se observa que el sistema es críticamente estable y oscilatorio para $K_p = -6$, en ese caso, dado que el sistema es de 2º orden, las soluciones del polinomio característico de la cadena cerrada son:

$$P(s) = s^2 + (6 + K_p)s + (5 - K_p) = 0$$

$$P(s) = s^2 + 11 = 0 \;\Rightarrow s = \pm\sqrt{11}j = \pm 3.31j$$

Luego el sistema oscilará a 3.31 rad/sec .

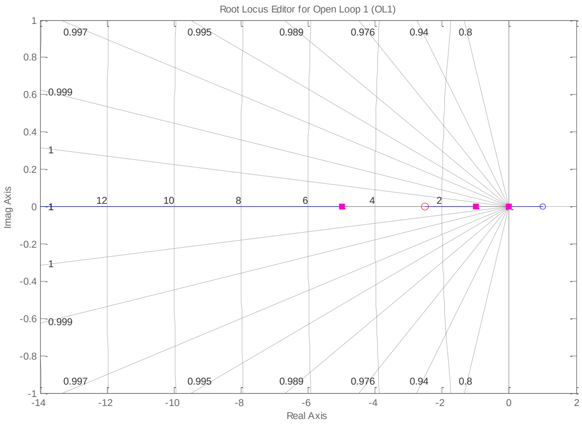
5.- Estudie la posibilidad de incluir una acción integral para lograr que el error de posición se haga nulo. Es decir, el regulador adoptaría la forma $G_c(s) = K_p\,(s + 1/T_i)/s$. Para ello estime rápidamente como quedarían los lugares de las raíces para las condiciones que considere más significativas. (2 puntos)

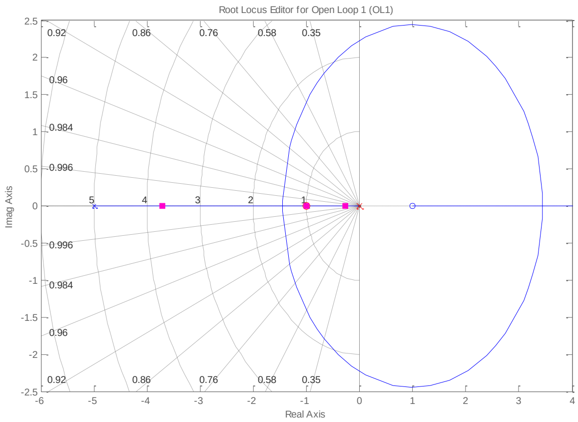
Básicamente por obervación del LDR directo e inverso considerando la presencia de un polo en el origen y un cero adicional, se observa que todos los lugares de las raíces directos ($K_p > 0$) serán inestables, por la presencia de una rama completamente contenida en el semiplano real positivo, salvo que Ti sea negativo (lo cual, aunque matemáticamente es posible, es raro considerando que es un tiempo de integración)

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

APELLIDOS			
NOMBRE		Nº Mat.	
ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA			Calificación
CURSO 3º	GRUPO	Enero 2018	





Por el contrario, el lugar de las raíces inverso muestra que el regulador es posible, e incluso que podemos usar el cero para anular el polo y alargar las dos ramas que recorren el eje real negativo antes de pasar al plano positivo haciendo inestable el sistema. Pintamos por tanto ambas situaciones, y como conclusión, indicaremos que es posible e incluso mejorará no solo el régimen permanente sino el transitorio siempre que la ganacia sea negativa (y limitada por un valor crítico).

6.- Dibuje el diagrama de bode y el diagrama polar de $Kp(s)$ considerando que el valor de Kp es -1 (negativo y unitario). Tenga en cuenta que el cero POSITIVO desfasa con -45º por década entre 180º y 90º al aumentar la frecuencia. Indíquese como consecuencia los valores de los márgenes de estabilidad así como las frecuencias de cruce oportunas. (2 puntos)

La frecuencia crítica calculada en 4 corresponderá con la frecuencia de cruce de fase (dado que si aumentamos la ganancia, esa frecuencia no varía y será coincidente con la frecuencia natural de oscilación en la situación crítica. El margen de ganancia será el ya calculado (6) y por tanto 15.5 dB. Completamos con ambos diagramas: